

# Découvrir la formule du calcul de la circonférence d'un cercle

## Résumé

Dans cette minileçon, l'élève détermine la circonférence d'un cercle.

## Matériel

- ▶ calculatrices scientifiques
- ▶ ciseaux
- ▶ ficelle
- ▶ objets plats de forme circulaire (p. ex., assiette, couvercle d'un plat circulaire, ruban-cache, disque volant, macaron, anneau, cerceau, tabouret)
- ▶ règles
- ▶ ruban-cache

## Pistes d'observation

L'élève :

- ▶ reconnaît les parties d'un cercle;
- ▶ mesure des rayons, des diamètres et des circonférences;
- ▶ détermine la relation entre le rayon d'un cercle et son diamètre, entre le diamètre d'un cercle et sa circonférence, et entre le rayon d'un cercle et sa circonférence.

## Concepts mathématiques

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous seront abordés dans cette minileçon. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

DOMAINE D'ÉTUDE	CONCEPTS MATHÉMATIQUES
Mesure	<ul style="list-style-type: none"><li>▶ Rayon et diamètre d'un cercle</li><li>▶ Circonférence d'un cercle</li><li>▶ Mesure manquante d'une figure plane de périmètre donné</li></ul>

## Partie 1 – Découverte guidée

### Déroulement

- ▶ Consulter, au besoin, la fiche **Rayon et diamètre d'un cercle** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves la terminologie relative au cercle et les calculs liés au rayon et au diamètre d'un cercle en vue de les aider à réaliser l'activité.
- ▶ Grouper les élèves en équipes de deux.
- ▶ Présenter aux élèves l'activité **À la découverte du cercle! – Partie A**.

- ▶ Remettre à chaque équipe une règle, de la ficelle, un morceau de ruban-cache et un objet plat de forme circulaire.
- ▶ Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre le lien entre la mesure du diamètre d'un objet et sa circonférence.
- ▶ Reproduire le tableau ci-dessous, sans les données, sur un des murs de la salle de classe. Demander aux élèves d'y ajouter les résultats obtenus lors de leur collecte de données. Il s'agit d'un tableau commun que remplit tout le groupe-classe.

À la découverte du cercle! – Tableau des résultats			
Objet	Mesure du diamètre de l'objet	Nombre de fois que la mesure du diamètre de l'objet a été utilisée pour mesurer sa circonférence	Mesure de la circonférence de l'objet
Couvercle	14 cm	environ $3\frac{1}{5}$	44,8 cm
Tabouret	34,5 cm	un peu plus de 3	107 cm

- ▶ Animer une discussion avec les élèves au sujet des régularités dans le tableau des résultats. S'assurer qu'elles et ils comprennent que, pour mesurer la circonférence d'un des objets circulaires, elles et ils ont utilisé un peu plus de trois fois la mesure du diamètre de cet objet.
- ▶ Présenter aux élèves l'activité **À la découverte du cercle! – Partie B**.
- ▶ Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève tente de déterminer le plus précisément possible le nombre de fois qu'elle ou il se sert de la mesure du diamètre pour mesurer la circonférence. Elle ou il devra déterminer la fraction représentant la longueur de ficelle utilisée pour effectuer la dernière mesure de la circonférence.
- ▶ Animer une discussion avec les élèves au cours de laquelle elles et ils échangent sur les résultats obtenus et les stratégies utilisées pour déterminer, sous forme de fraction, la longueur de ficelle employée pour effectuer la dernière mesure de la circonférence, celle qui représente le « un peu plus de 3 ».
- ▶ Dire aux élèves que  $3\frac{1}{7}$  ou 3,1416 est un nombre approximatif utilisé pour calculer la circonférence d'un cercle. Leur mentionner qu'il existe une relation entre la circonférence d'un cercle et son diamètre. La circonférence d'un cercle est environ trois fois son diamètre, c'est-à-dire  $C \approx 3 \times d$  ou plus précisément  $C \approx 3,1416 \times d$ .
- ▶ Expliquer aux élèves que le nombre servant à calculer la circonférence d'un cercle est  $\pi$  (pi) et que sa valeur est de 3,141 592 653.... Toutefois, sa valeur approchée, soit 3,141 6, est souvent employée pour effectuer des calculs.
- ▶ Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit le calcul de la longueur d'un arc.
- ▶ Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève tente de calculer la longueur d'un arc en partant des découvertes réalisées lors de l'activité **À la découverte du cercle!**.

- ▶ Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour calculer la longueur d'un arc. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- ▶ À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la circonférence, le rayon et le diamètre d'un cercle. Puis, aborder avec elles et eux les éléments de la section **Éléments à faire ressortir**.

**Note :** Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

- ▶ Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- ▶ Au besoin, présenter à certaines et à certains élèves éprouvant des difficultés, l'**Exemple 2**, soit le calcul de la circonférence d'un cercle.

### Éléments à faire ressortir

- ▶ Le nombre de fois que la mesure du diamètre d'un cercle est utilisée pour déterminer sa circonférence est une constante; ce nombre ne change pas, peu importe la taille du cercle.
- ▶ Le nombre utilisé pour calculer la circonférence d'un cercle est  $\pi$  (pi) et sa valeur est de 3,141 592 653.... Toutefois, sa valeur approchée, soit 3,141 6, est souvent employée pour effectuer des calculs.
- ▶ Pour obtenir une plus grande précision dans les calculs, il faut employer la touche  $\pi$  de la calculatrice scientifique.
- ▶ Les formules  $C = \pi d$  et  $C = 2\pi r$  sont utilisées pour calculer la circonférence d'un cercle.

### À LA DÉCOUVERTE DU CERCLE!

#### Matériel

- ▶ ciseaux
- ▶ ficelle
- ▶ objet plat de forme circulaire
- ▶ règle
- ▶ ruban-cache

#### Partie A

- ▶ Coupe la ficelle selon la longueur du diamètre de l'objet circulaire. Mets de côté la portion de ficelle non utilisée. Sers-toi du bout de ficelle représentant la longueur du diamètre de l'objet circulaire pour effectuer les prochaines étapes.
- ▶ Mesure la longueur du bout de ficelle pour déterminer le diamètre de l'objet.
- ▶ Utilise le bout de ficelle pour mesurer le contour de l'objet. Au besoin, sers-toi du ruban-cache pour le maintenir en place.



### Partie A (suite)

- ▶ Note le nombre de fois que tu utilises le bout de ficelle pour mesurer la circonférence de l'objet.
- ▶ Estime la circonférence de l'objet circulaire.
- ▶ Écris les données obtenues dans le tableau des résultats.

### Partie B

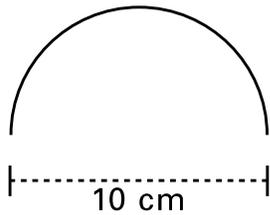
Détermine la fraction qui représente la longueur du bout de ficelle employé pour effectuer la dernière mesure de la circonférence de l'objet circulaire.

**Note :** Consulter le déroulement pour connaître les éléments à faire ressortir.

### Corrigé

#### Exemple 1

Détermine la longueur de l'arc ci-dessous. Arrondis ta réponse au centième près.



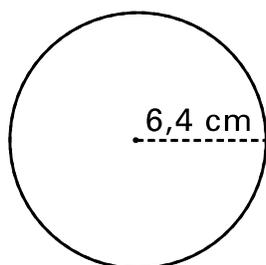
Je remarque que l'arc représente un demi-cercle. Le diamètre du demi-cercle est de 10 cm. Pour déterminer la longueur de l'arc ( $L$ ), je divise la circonférence d'un cercle par 2.

$$\begin{aligned} L &= \frac{C}{2} \\ &= \frac{\pi d}{2} \\ &\approx \frac{3,1416 \times 10}{2} \\ &\approx 15,708 \\ &\approx 15,71 \text{ cm} \end{aligned}$$

La longueur de l'arc est d'environ 15,71 cm.

## Exemple 2

Détermine la circonférence du cercle ci-dessous. Arrondis ta réponse au centième près.



Le rayon du cercle mesure 6,4 cm.

$$\begin{aligned}C &= 2\pi r \\ &= 2 \times \pi \times 6,4 \\ &\approx 2 \times 3,1416 \times 6,4 \\ &\approx 40,21248 \\ &\approx 40,21 \text{ cm}\end{aligned}$$

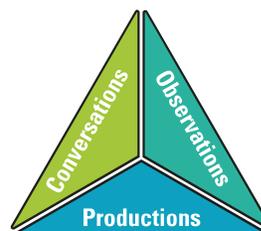
La circonférence du cercle est d'environ 40,21 cm.

## Partie 2 – Pratique autonome

### Déroulement

- ▶ Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- ▶ Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves, les analyser et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

**Note :** Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



### Corrigé

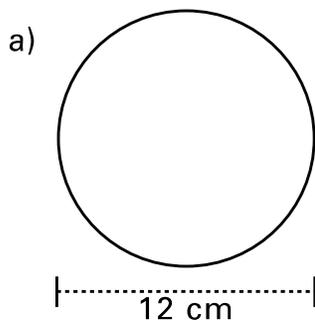
1. Sans calculer la circonférence, détermine le plus grand cercle : un cercle dont le rayon mesure 4 cm ou un cercle dont le diamètre mesure 7,5 cm.

Le premier cercle a un rayon de 4 cm, alors je calcule son diamètre.

$$\begin{aligned}d &= 2r \\ &= 2 \times 4 \\ &= 8 \text{ cm}\end{aligned}$$

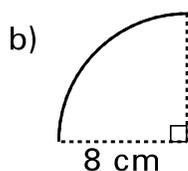
Le premier cercle a un diamètre de 8 cm. Sa circonférence est donc plus grande que celle du second cercle qui a un diamètre de 7,5 cm. Le cercle dont le rayon mesure 4 cm est le plus grand des deux cercles.

2. Détermine la circonférence du cercle et la longueur de l'arc. Arrondis tes réponses au centième près.



$$\begin{aligned} \text{Si } d &= 12 \text{ cm} \\ C &= \pi d \\ &= \pi \times 12 \\ &\approx 3,1416 \times 12 \\ &\approx 37,6992 \\ &\approx 37,70 \text{ cm} \end{aligned}$$

La circonférence du cercle est d'environ 37,70 cm.



Il s'agit d'un quart de cercle. Le rayon mesure 8 cm.

$$\begin{aligned} L &= \frac{C}{4} \\ &= \frac{2\pi r}{4} \\ &= \frac{2\pi \times 8}{4} \\ &\approx \frac{2 \times 3,1416 \times 8}{4} \\ &\approx 12,5664 \\ &\approx 12,57 \text{ cm} \end{aligned}$$

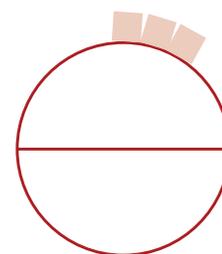
La longueur de l'arc est d'environ 12,57 cm.

3. Keyah aide son grand-père à construire une aire de feu de camp circulaire. Le contour du feu de camp sera formé de briques mesurant 20 cm de long. Chaque brique coûte 2,95 \$. Le diamètre de l'aire de feu de camp est de 1,5 m.

- a) Combien de briques seront nécessaires pour faire le tour de l'aire de feu de camp?

Je commence par calculer le contour de l'aire de feu de camp, soit la circonférence.  
diamètre = 1,5 m

$$\begin{aligned} C &= \pi d \\ &= \pi \times 1,5 \\ &\approx 3,1416 \times 1,5 \\ &\approx 4,7124 \\ &\approx 4,71 \text{ m} \end{aligned}$$



La circonférence de l'aire de feu de camp est d'environ 4,71 m ou 471 cm.

Pour connaître le nombre de briques nécessaires pour faire le tour de l'aire de feu de camp, je divise la circonférence de l'aire de feu de camp (en centimètres) par la longueur d'une brique, soit 20 cm.

$$471 \div 20 = 23,55$$

Il faudra 24 briques pour faire le tour de l'aire de feu de camp.

- b) Quel sera le coût des briques nécessaires pour faire un petit mur de trois étages de briques autour du feu de camp?

Coût pour un étage :

24 briques pour un étage

1 brique coûte 2,95 \$

$$24 \times 2,95 = 70,8$$

Le coût des briques pour un étage sera de 70,80 \$.

Coût de trois étages :

$$3 \times 70,80 = 212,40$$

Le coût des briques pour les trois étages sera de 212,40 \$.

