

Expliquer l'effet d'une réflexion dans un plan cartésien

Résumé

Dans cette minileçon, l'élève effectue des réflexions dans un plan cartésien.

Matériel

- ▶ logiciel de géométrie, facultatif
- ▶ Mira
- ▶ papier quadrillé
- ▶ règles

Pistes d'observation

L'élève :

- ▶ crée une figure quelconque dans un plan cartésien et la décrit à l'aide de coordonnées;
- ▶ effectue une réflexion dans un plan cartésien;
- ▶ décrit l'effet d'une réflexion par rapport à l'axe des x ou à l'axe des y sur les coordonnées d'un point situé dans un plan cartésien.

Concepts mathématiques

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous seront abordés dans cette minileçon. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

DOMAINE D'ÉTUDE	CONCEPTS MATHÉMATIQUES
Géométrie et sens de l'espace	<ul style="list-style-type: none">▶ Transformation d'une figure par translation et réflexion dans un plan cartésien▶ Congruence de figures planes
Numération et sens du nombre	<ul style="list-style-type: none">▶ Représentations de nombres entiers (positifs et négatifs)

Partie 1 – Découverte guidée

Déroulement

- ▶ Consulter, au besoin, la fiche **Représentations de nombres entiers (positifs et négatifs)** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves la représentation de nombres entiers sur la droite numérique ainsi que la terminologie relative à ce concept en vue de les aider à réaliser l'activité.
- ▶ Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit la réflexion que subit un quadrilatère par rapport à un axe donné.
- ▶ Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève utilise ses connaissances de la réflexion et découvre l'effet d'une réflexion par rapport à l'axe des x ou à l'axe des y sur les coordonnées d'un point situé dans un plan cartésien.

▶ Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour tracer l'image du quadrilatère et déterminer l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.

▶ À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la réflexion et son effet sur les coordonnées d'un point situé dans un plan cartésien. Puis, aborder avec elles et eux les éléments de la section **Éléments à faire ressortir**.

Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

▶ Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants (p. ex., utiliser de la couleur afin de voir l'effet d'une réflexion sur les coordonnées d'une image).

▶ Au besoin, présenter à certaines et à certains élèves éprouvant des difficultés l'**Exemple 2**, soit la réflexion d'un triangle et son effet sur les coordonnées de l'image.

Éléments à faire ressortir

▶ Lorsque l'image est identique à la figure initiale, mais inversée, il s'agit d'une réflexion.

▶ Une figure subit une réflexion par rapport à un axe donné.

▶ Chaque point de la figure initiale et de l'image est à égale distance de l'axe de réflexion.

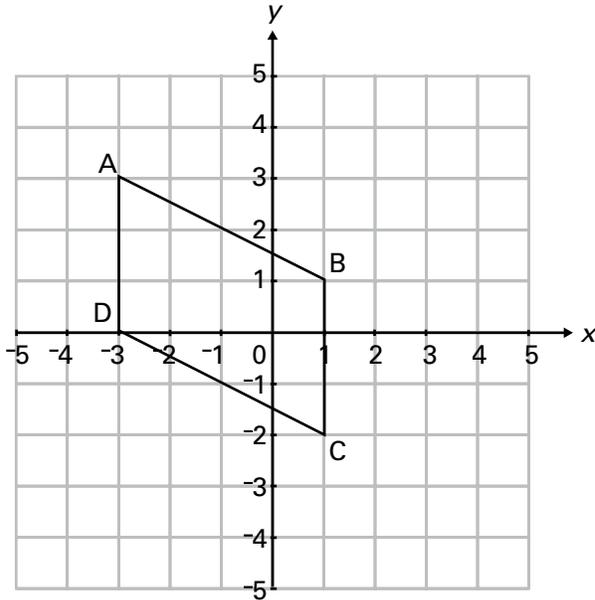
▶ Les segments tracés entre les sommets correspondants des figures réfléchies sont :

- parallèles entre eux;
- perpendiculaires à l'axe de réflexion;
- séparés en deux parties égales par l'axe de réflexion.

▶ Lorsqu'il y a une réflexion par rapport à l'axe des x , la valeur de l'abscisse (x) reste la même et la valeur de l'ordonnée (y) change de signe (devient l'opposé).

▶ Lorsqu'il y a une réflexion par rapport à l'axe des y , la valeur de l'abscisse (x) change de signe (devient l'opposé) et la valeur de l'ordonnée (y) reste la même.

Exemple 1



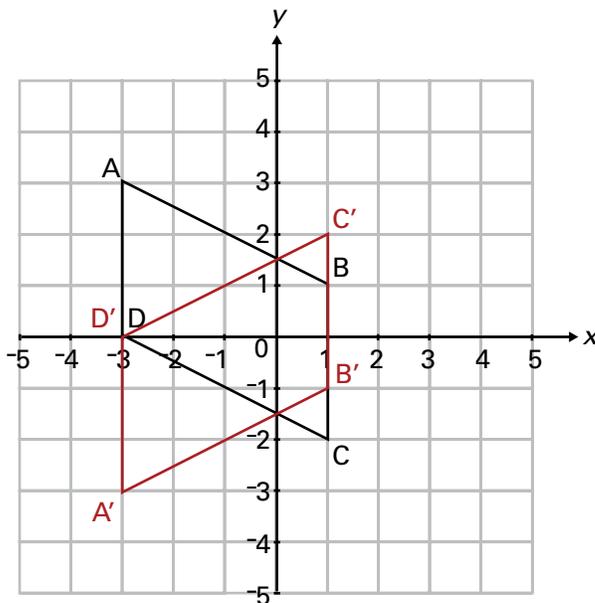
- a) Le quadrilatère ABCD subit une réflexion par rapport à l'axe des x . Trace l'image $A'B'C'D'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.
- b) Le quadrilatère ABCD subit une réflexion par rapport à l'axe des y . Trace l'image $A'B'C'D'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.

a) Réflexion par rapport à l'axe des x

En pliant le plan cartésien le long de l'axe des x , je peux voir où se situent les images des points.

Dans les coordonnées des points, la valeur de l'ordonnée (y) devient l'opposé (change de signe), alors que la valeur de l'abscisse (x) reste la même.

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$



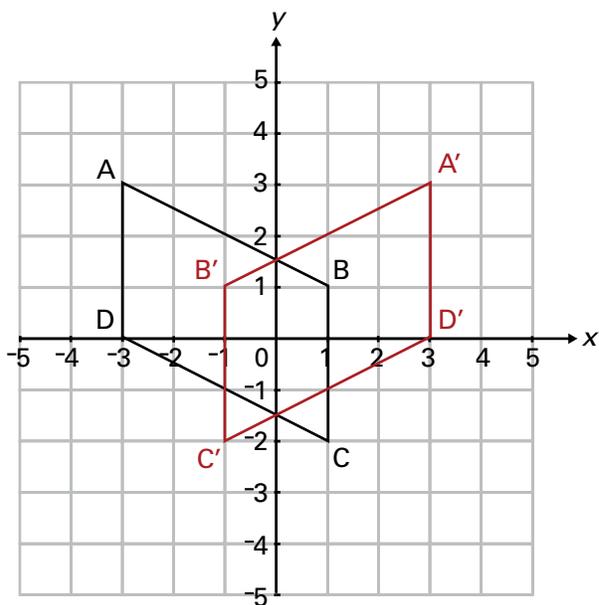
Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$A(-3, 3)$	$A'(-3, -3)$
$B(1, 1)$	$B'(1, -1)$
$C(1, -2)$	$C'(1, 2)$
$D(-3, 0)$	$D'(-3, 0)$
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	

b) Réflexion par rapport à l'axe des y

En plaçant un Mira le long de l'axe des y , je peux voir où se situent les images des points.

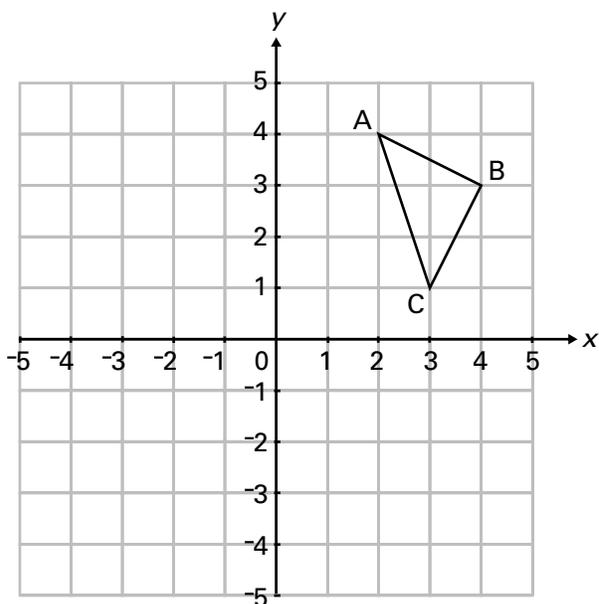
Dans les coordonnées des points, la valeur de l'abscisse (x) devient l'opposé (change de signe), alors que la valeur de l'ordonnée (y) reste la même.

$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$



Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$A(-3, 3)$	$A'(3, 3)$
$B(1, 1)$	$B'(-1, 1)$
$C(1, -2)$	$C'(-1, -2)$
$D(-3, 0)$	$D'(3, 0)$
$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	

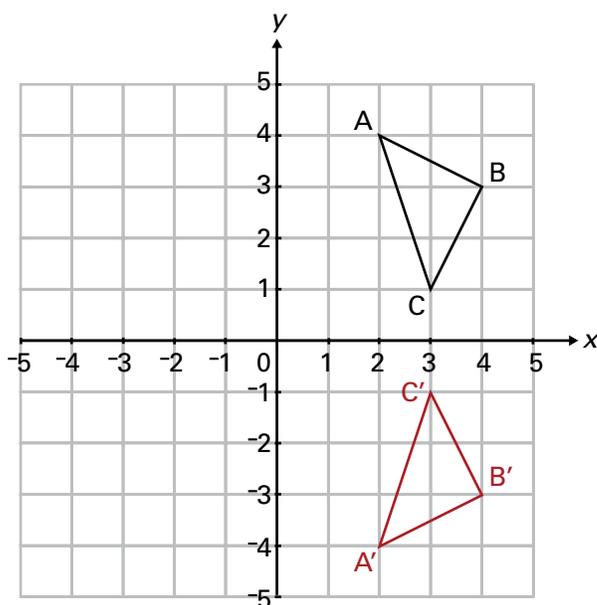
Exemple 2



- a) Le triangle ABC subit une réflexion par rapport à l'axe des x . Trace l'image $A'B'C'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.
- b) Le triangle ABC subit une réflexion par rapport à l'axe des y . Trace l'image $A'B'C'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.

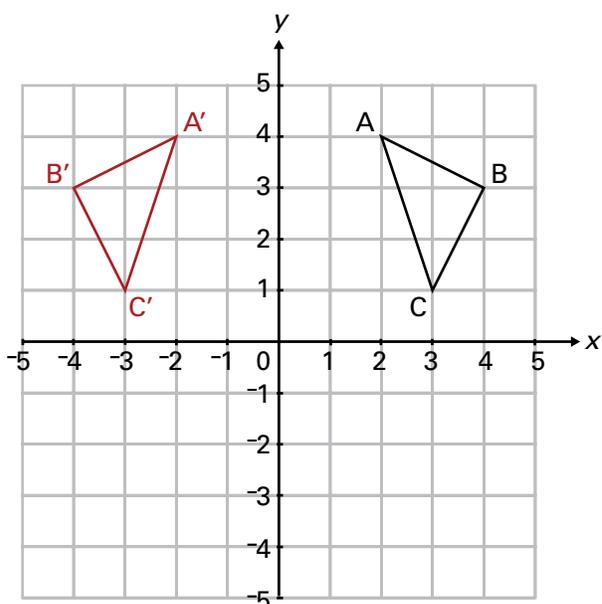
Voir les stratégies de l'Exemple 1.

a) Réflexion par rapport à l'axe des x



Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$A(2, 4)$	$A'(2, -4)$
$B(4, 3)$	$B'(4, -3)$
$C(3, 1)$	$C'(3, -1)$
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	

b) Réflexion par rapport à l'axe des y



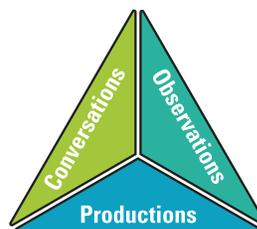
Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$A(2, 4)$	$A'(-2, 4)$
$B(4, 3)$	$B'(-4, 3)$
$C(3, 1)$	$C'(-3, 1)$
$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	

Partie 2 – Pratique autonome

Déroulement

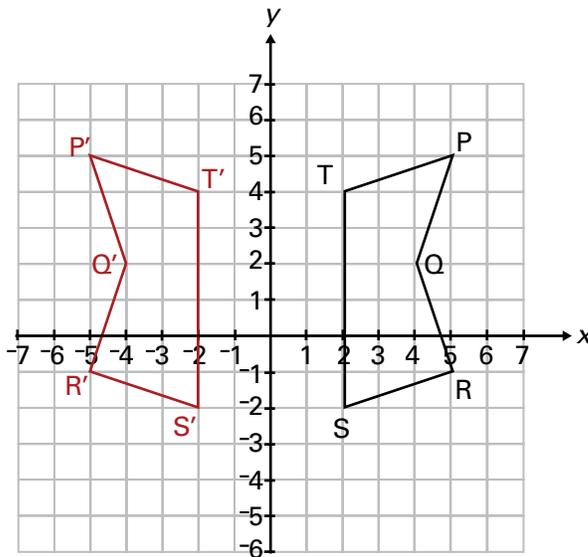
- ▶ Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- ▶ Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves, les analyser et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



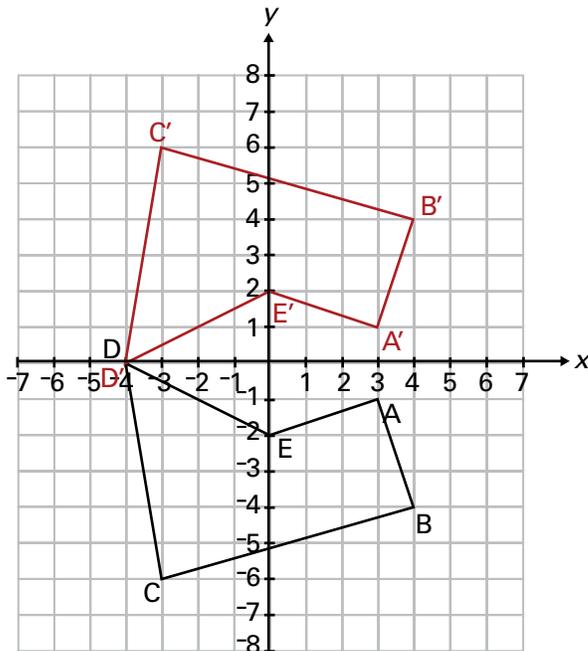
Corrigé

1. Si l'axe de réflexion est l'axe des y , trace l'image du polygone. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.



Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$P(5, 5)$	$P'(-5, 5)$
$Q(4, 2)$	$Q'(-4, 2)$
$R(5, -1)$	$R'(-5, -1)$
$S(2, -2)$	$S'(-2, -2)$
$T(2, 4)$	$T'(-2, 4)$
$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	

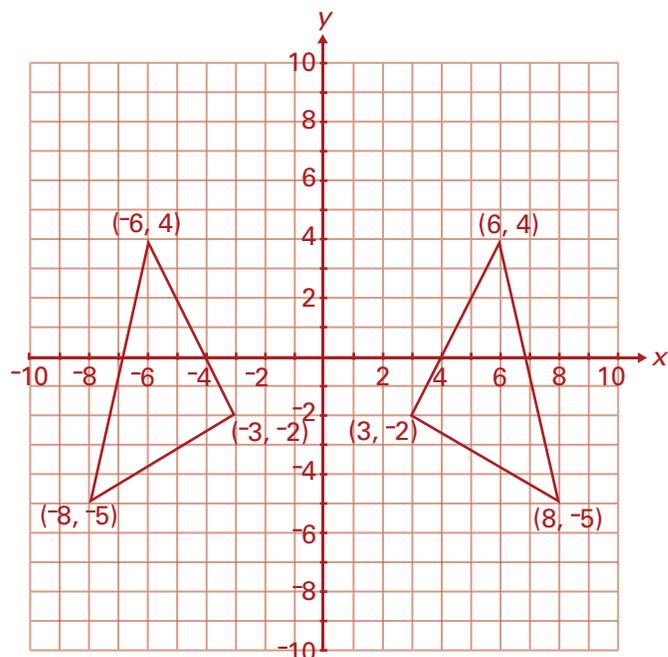
2. Si l'axe de réflexion est l'axe des x , trace l'image du polygone. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.



Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$A(3, -1)$	$A'(3, 1)$
$B(4, -4)$	$B'(4, 4)$
$C(-3, -6)$	$C'(-3, 6)$
$D(-4, 0)$	$D'(-4, 0)$
$E(0, -2)$	$E'(0, 2)$
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	

3. Les coordonnées d'un triangle sont $(6, 4)$, $(3, -2)$ et $(8, -5)$. Un des sommets de l'image obtenue, à la suite de la réflexion qu'a subie ce triangle, est $(-3, -2)$. Décris la réflexion. Puis, détermine les coordonnées des autres sommets de cette image et décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.

C'est une réflexion par rapport à l'axe des y , car le point $(3, -2)$ devient $(-3, -2)$. La valeur de l'abscisse (x) devient l'opposé (change de signe), tandis que la valeur de l'ordonnée (y) reste la même.



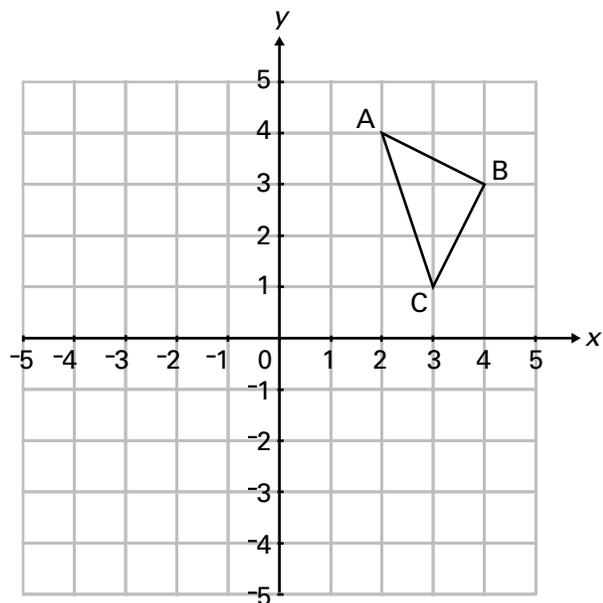
Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
$A(6, 4)$	$A'(-6, 4)$
$B(3, -2)$	$B'(-3, -2)$
$C(8, -5)$	$C'(-8, -5)$
$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	

Expliquer l'effet d'une réflexion dans un plan cartésien

Partie 1 – Découverte guidée

EXEMPLE	STRATÉGIE(S)																												
<p>Exemple 1</p> <p>a) Le quadrilatère ABCD subit une réflexion par rapport à l'axe des x. Trace l'image $A'B'C'D'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.</p> <p>b) Le quadrilatère ABCD subit une réflexion par rapport à l'axe des y. Trace l'image $A'B'C'D'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.</p>	<p>a)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d3d3d3;"> <th colspan="2">Coordonnées des sommets</th> </tr> <tr style="background-color: #d3d3d3;"> <th>Figure initiale</th> <th>Image</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A()</td> <td>A'()</td> </tr> <tr> <td>B()</td> <td>B'()</td> </tr> <tr> <td>C()</td> <td>C'()</td> </tr> <tr> <td>D()</td> <td>D'()</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">$(x, y) \rightarrow ()$</td> </tr> </tbody> </table> <p>b)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d3d3d3;"> <th colspan="2">Coordonnées des sommets</th> </tr> <tr style="background-color: #d3d3d3;"> <th>Figure initiale</th> <th>Image</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A()</td> <td>A'()</td> </tr> <tr> <td>B()</td> <td>B'()</td> </tr> <tr> <td>C()</td> <td>C'()</td> </tr> <tr> <td>D()</td> <td>D'()</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">$(x, y) \rightarrow ()$</td> </tr> </tbody> </table>	Coordonnées des sommets		Figure initiale	Image	A()	A'()	B()	B'()	C()	C'()	D()	D'()	$(x, y) \rightarrow ()$		Coordonnées des sommets		Figure initiale	Image	A()	A'()	B()	B'()	C()	C'()	D()	D'()	$(x, y) \rightarrow ()$	
Coordonnées des sommets																													
Figure initiale	Image																												
A()	A'()																												
B()	B'()																												
C()	C'()																												
D()	D'()																												
$(x, y) \rightarrow ()$																													
Coordonnées des sommets																													
Figure initiale	Image																												
A()	A'()																												
B()	B'()																												
C()	C'()																												
D()	D'()																												
$(x, y) \rightarrow ()$																													

Exemple 2



- a) Le triangle ABC subit une réflexion par rapport à l'axe des x . Trace l'image $A'B'C'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.
- b) Le triangle ABC subit une réflexion par rapport à l'axe des y . Trace l'image $A'B'C'$. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.

a)

Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
A()	A'()
B()	B'()
C()	C'()
$(x, y) \rightarrow ()$	

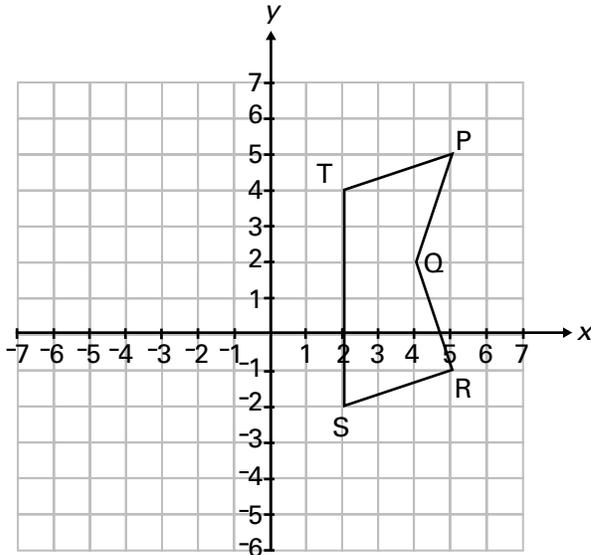
b)

Coordonnées des sommets	
Figure initiale	Image
A()	A'()
B()	B'()
C()	C'()
$(x, y) \rightarrow ()$	

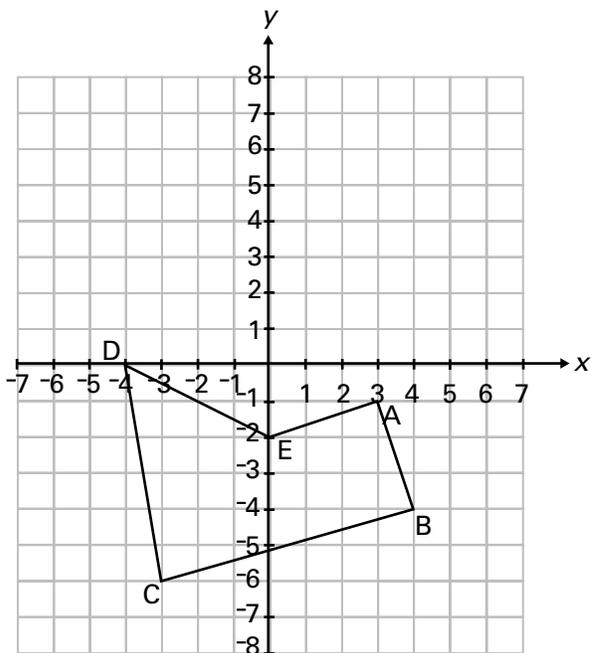
Partie 2 – Pratique autonome

À TON TOUR!

1. Si l'axe de réflexion est l'axe des y , trace l'image du polygone. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.



2. Si l'axe de réflexion est l'axe des x , trace l'image du polygone. Écris les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image. Puis, décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.



3. Les coordonnées d'un triangle sont $(6, 4)$, $(3, -2)$ et $(8, -5)$. Un des sommets de l'image obtenue, à la suite de la réflexion qu'a subie ce triangle, est $(-3, -2)$. Décris la réflexion. Puis, détermine les coordonnées des autres sommets de cette image et décris l'effet de la réflexion sur les coordonnées de l'image.